



Listas de cotejo para la información de cada uno de los temas

Estas listas de cotejo se entregan a todos los alumnos al comenzar la estrategia con dos objetivos; el primero es que cada equipo pueda verificar que han desarrollado toda la información para su tema y el segundo para que los alumnos consideren lo que deben tener en sus apuntes.

Instrucciones: Seleccione los elementos que ya estén considerados en su investigación o en sus apuntes.

Ecuación logarítmica de cualquier base, sus propiedades, cómo se resuelven (ejemplos) y equivalencia en ecuación exponencial.

Tema	
Identifica ecuaciones logarítmicas con bases $0 < b < 1$ y sus partes	
Identifica ecuaciones logarítmicas con bases $b > 1$	
Comenta el caso en que $b < 0$	
Comenta el caso en que el argumento sea cero o negativo.	
Enlista las propiedades (leyes) de logaritmos y escribe un ejercicio en el que se utilicen.	
Incluye ejercicios para resolver ecuaciones logarítmicas con la misma base.	
Incluye ejercicios para resolver ecuaciones logarítmicas convirtiendo a su forma equivalente como ecuación exponencial.	
Incluye un ejercicio donde la ecuación esté igualada a cero.	

Ecuación de logaritmo natural, sus propiedades, cómo se resuelven (ejemplos) y equivalencia en ecuación exponencial.

Tema	
Menciona cuál es la base en un logaritmo natural o por qué se llaman así.	
Identifica ecuaciones de logaritmo natural.	
Comenta el caso en que el argumento sea cero o negativo.	



Enlista las propiedades (leyes) para los logaritmos naturales y escribe un ejercicio en el que se utilicen.	
Incluye ejercicios para resolver ecuaciones logaritmos naturales.	
Incluye ejercicios para resolver ecuaciones de logaritmos naturales convirtiendo a su forma equivalente como ecuación exponencial.	
Incluye un ejercicio donde la ecuación esté igualada a cero.	

Ecuación exponencial para cualquier base, sus propiedades, cómo se resuelven (ejemplos) y equivalencia en ecuación logarítmica.

Tema	
Identifica ecuaciones exponenciales con bases a diferente de 1 y sus partes	
Identifica ecuaciones logarítmicas con base $b = 1$	
Comenta el caso en que el exponente sea cero o negativo.	
Enlista las propiedades (leyes) de exponentes y escribe un ejercicio en el que se utilicen para ecuaciones exponenciales.	
Incluye ejercicios para resolver ecuaciones exponenciales con la misma base.	
Incluye ejercicios para resolver ecuaciones exponenciales convirtiendo a su forma equivalente como ecuación logarítmica.	
Incluye un ejercicio donde la ecuación esté igualada a cero.	

Ecuación exponencial para base “e” (número de Euler), sus propiedades, cómo se resuelven (ejemplos) y equivalencia en ecuación logarítmica.

Tema	
Menciona cuál es la diferencia entre una ecuación exponencial de cualquier base respecto a la que tiene como base “e”.	
Identifica ecuaciones logarítmicas con base “e”.	
Comenta el caso en que el exponente sea cero o negativo.	



Comenta si las propiedades (leyes) de exponentes también se cumplen para esta base y escribe un ejercicio en el que se utilicen para ecuaciones exponenciales.	
Incluye ejercicios para resolver ecuaciones exponenciales convirtiendo a su forma equivalente como ecuación logarítmica.	
Incluye un ejercicio donde la ecuación esté igualada a cero.	

Expresión algebraica y gráficas de una función logarítmica de cualquier base y de una función de logaritmo natural, intersecciones con ejes coordenados, dominio y rango.

Tema	
Expresión algebraica de una función logarítmica de cualquier base.	
Expresión algebraica de una función de logaritmo natural.	
Calcula de manera algebraica la(s) raíces para las funciones logarítmicas (de cualquier base y natural).	
Identifica de manera gráfica la(s) raíces para las funciones logarítmicas (de cualquier base y natural).	
Calcula de manera algebraica la ordenada al origen para las funciones logarítmicas (de cualquier base y natural).	
Identifica de manera gráfica la ordenada al origen para las funciones logarítmicas (de cualquier base y natural).	
Indica el tipo de asíntota (vertical u horizontal) y a qué se debe, para las funciones logarítmicas (de cualquier base y natural).	
Menciona cómo obtener el dominio y rango para las funciones logarítmicas (de cualquier base y natural).	

Expresión algebraica y gráfica de una función exponencial, intersecciones con ejes coordenados, dominio y rango.

Tema	
Expresión algebraica de una función exponencial de cualquier base.	
Expresión algebraica de una función exponencial con base “ e ” (número de Euler)	
Calcula de manera algebraica la(s) raíces para las funciones exponenciales (de cualquier base y “ e ”).	



Identifica de manera gráfica la(s) raíces para las funciones exponenciales (de cualquier base y “e”).	
Calcula de manera algebraica la ordenada al origen para las funciones exponenciales (de cualquier base y “e”).	
Identifica de manera gráfica la ordenada al origen para las funciones exponenciales (de cualquier base y “e”).	
Indica el tipo de asíntota (vertical u horizontal) y a qué se debe, para las funciones exponenciales (de cualquier base y “e”).	
Menciona cómo obtener el dominio y rango para las funciones exponenciales (de cualquier base y “e”).	

Parámetros de funciones logarítmicas

Considerando que una función exponencial completa consta de cuatro parámetros y la base,

$$f(x) = a^{bcx+d} + f$$

Donde:

a es el coeficiente que multiplica a la base de la función

b es la base de la función

c es parte del exponente, multiplica a la variable independiente

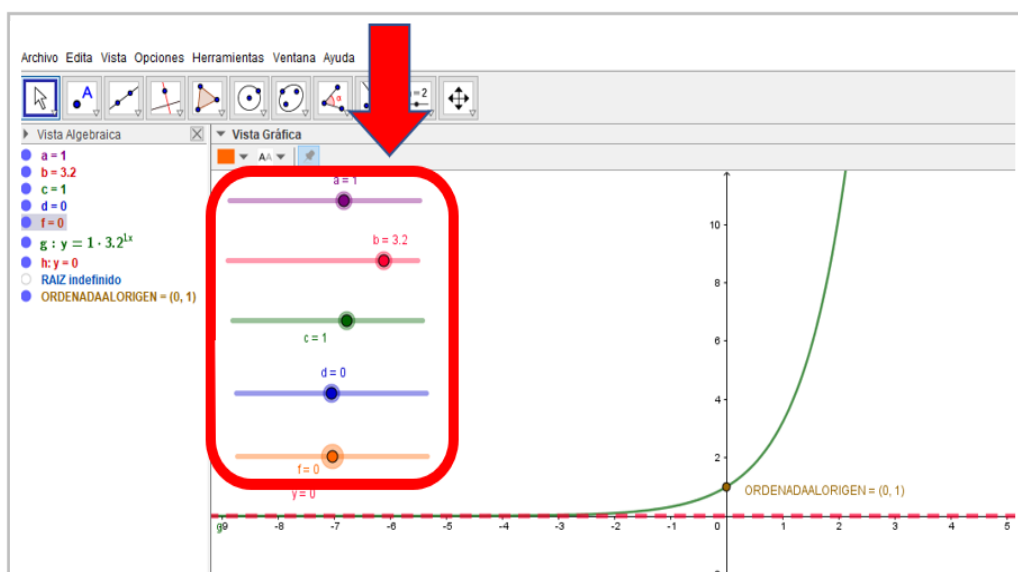
d también es parte del exponente, aunque como sumando

f es el término independiente de la función.

En el siguiente archivo de GeoGebra (<https://www.geogebra.org/m/ayg5w36r>) se encuentra escrita una función como se muestra al inicio del texto, dentro de la vista gráfica se encuentran deslizadores sobre los cuales debes posicionarte y arrastrar con el ratón.



Parámetros funciones exponenciales



Actividades.

1. Mueve solo uno a uno los parámetros e identifica qué cambia en la gráfica. A través de las siguientes actividades se irá identificando la relación de los parámetros de la función con su gráfica.
2. A continuación, mantén los valores de la siguiente manera:

$$a = 1, c = 1, d = 0 \text{ y } f = 0$$

- a) Sólo modifica el deslizador de b , primero con $b > 1$. Escribe la expresión de la función con los parámetros anteriores (a, b, c, d y f), dibuja un esbozo de la gráfica indicando la asíntota, ordenada al origen y raíz. Anota una conclusión al respecto en tu libreta sobre lo que sucede en GeoGebra al cambiar el parámetro $b > 1$ en la expresión de la función.
 - b) Ahora modifica nuevamente el deslizador de b , pero para valores $b < 1$. Escribe la expresión de la función con los parámetros anteriores (a, b, c, d y f), dibuja un esbozo de la gráfica indicando la asíntota, ordenada al origen y raíz. Anota una conclusión al respecto en tu libreta sobre lo que sucede en GeoGebra al cambiar el parámetro $b < 1$ en la expresión de la función.
 - c) ¿Qué sucede cuando $b = 1$? ¿a qué se debe ese comportamiento? Anota tu respuesta en tu cuaderno.
3. Ahora mantén los valores en:

$$b = 2, c = 1, d = 0 \text{ y } f = 0$$

Modifica los valores de a , ¿Qué sucede? Anota en tu libreta la expresión de la función con los parámetros anteriores (a, b, c, d y f), dibuja un esbozo de la gráfica indicando la asíntota, ordenada al origen y raíz. Anota una conclusión al respecto en tu libreta sobre lo que sucede en GeoGebra al cambiar el parámetro a en la expresión de la función.



4. Cambia ahora los valores como:

$$a = 1, b = 2, d = 0 \text{ y } f = 0$$

Mueve el deslizador para c , toma las notas referentes a lo que sucede con la gráfica al modificar este parámetro. Escribe expresión de la función con los parámetros anteriores (a, b, c, d y f), dibuja un esbozo de la gráfica indicando la asíntota, ordenada al origen y raíz. Anota una conclusión al respecto en tu libreta sobre lo que sucede en GeoGebra al cambiar el parámetro c en la expresión de la función.

5. En este caso se variará el parámetro d , por lo que los demás valores se mantendrán como:

$$a = 1, b = 2, d = 1 \text{ y } f = 0$$

Con el ratón mueve el deslizador para y observa ¿qué cambia en la gráfica? Anota en tu libreta la expresión de la función con los parámetros anteriores (a, b, c, d y f), dibuja un esbozo de la gráfica indicando la asíntota, ordenada al origen y raíz. Anota una conclusión al respecto en tu libreta sobre lo que sucede en GeoGebra al cambiar el parámetro d en la expresión de la función.

6. Toca el turno del último parámetro f , primero coloca los demás en los siguientes valores:

$$a = 1, b = 2, d = 1 \text{ y } c = 0$$

Desplaza el deslizador para f , ¿qué modifica este parámetro? Escribe tus notas al respecto en tu cuaderno. Escribe expresión de la función con los parámetros anteriores (a, b, c, d y f), dibuja un esbozo de la gráfica indicando la asíntota, ordenada al origen y raíz. Anota una conclusión al respecto en tu libreta sobre lo que sucede en GeoGebra al cambiar el parámetro f en la expresión de la función.

7. Responde a los siguientes cuestionamientos:

- a) ¿De qué parámetro(s) depende la ordenada al origen?
- b) ¿De qué parámetro(s) depende el valor de la raíz en este tipo de funciones?
- c) De qué parámetro(s) depende la asíntota?

8. El análisis realizado respecto a los parámetros que modifican la ordenada al origen, la raíz y la asíntota lo hiciste para cualquier base diferente de 0 y 1, ¿se cumplirán las mismas condiciones si se tiene la base “ e ” (número de Euler)? Si requieres apoyo para contestar a esta pregunta, coloca el valor de $b = 2.7$ (aproximadamente el valor de “ e ” —número de Euler—) y modifica los demás parámetros como lo hiciste para la base $b = 2$.
9. Grafica las siguientes expresiones en tu libreta identificando: raíz, ordenada al origen, asíntota horizontal y escribe el dominio y rango de cada una de ellas, además calcula algebraicamente el valor de la raíz (igualando $f(x) = 0$ y resolviendo la ecuación) y la ordenada al origen (en este caso considerando $x = 0$ y resolviendo la ecuación)



a) $f(x) = -3 \cdot 4^x$

b) $g(x) = 5 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{x-1}$

c) $h(x) = -\frac{1}{3} \cdot e^{2x+1} + 4$

Nota importante: Una característica importante de los logaritmos es que no están definidos para 0 y para valores negativos, así que si escribes en tu calculadora dará como resultado $\log_b 0 = \text{matherror}$, lo mismo para cualquier negativo.

Parámetros de funciones exponenciales

Considerando que una función logarítmica completa consta de cuatro parámetros y la base,

$$f(x) = a \cdot \log_b(cx + d) + f$$

Donde:

a es el coeficiente que multiplica al logaritmo

b es la base del logaritmo

c es parte del argumento del logaritmo, multiplica a la variable independiente

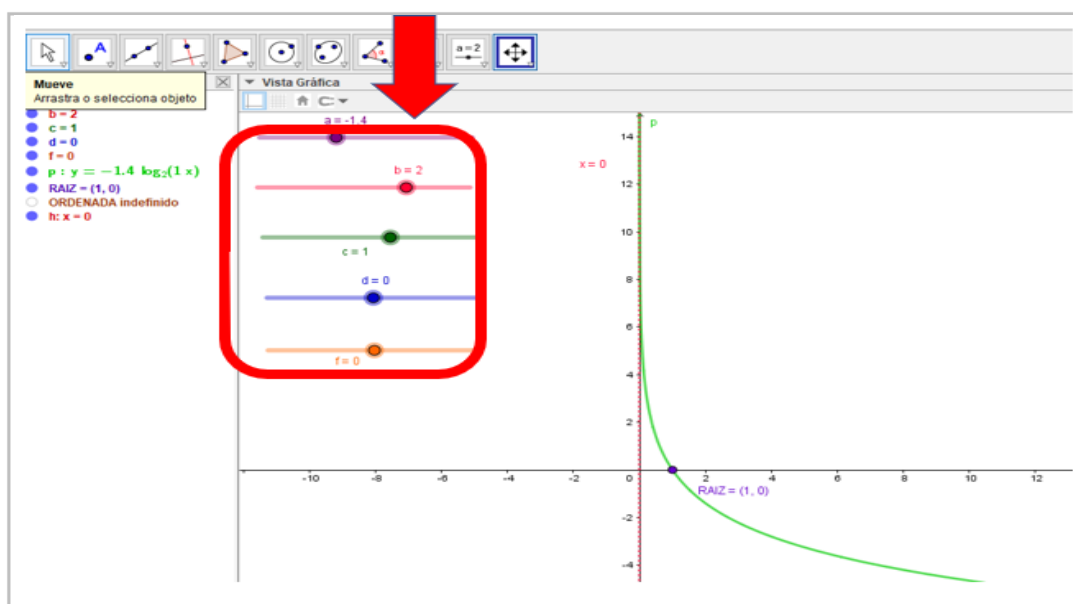
d también es parte del argumento, aunque como sumando

f es el término independiente de la función.

En el siguiente archivo de GeoGebra(<https://www.geogebra.org/m/jfhm6ndg>) se encuentra escrita una función como se muestra al inicio del texto, dentro de la vista gráfica se encuentran deslizadores sobre los cuales debes posicionarte y arrastrar con el ratón.



Parámetros funciones exponenciales



Actividades.

1. Mueve solo uno a uno los parámetros e identifica qué cambia en la gráfica. A través de las siguientes actividades se irá identificando la relación de los parámetros de la función con su gráfica.
2. A continuación, mantén los valores de la siguiente manera:

$$a = 1, c = 1, d = 0 \text{ y } f = 0$$

- a) Sólo modifica el deslizador de b , primero con $b > 1$. Escribe la expresión de la función con los parámetros anteriores (a, b, c, d y f), dibuja un esbozo de la gráfica indicando la asíntota, ordenada al origen y raíz. Anota una conclusión al respecto en tu libreta sobre lo que sucede en GeoGebra al cambiar el parámetro $b > 1$ en la expresión de la función.
 - b) Ahora modifica nuevamente el deslizador de b , pero para valores $b < 1$. Escribe la expresión de la función con los parámetros anteriores (a, b, c, d y f), dibuja un esbozo de la gráfica indicando la asíntota, ordenada al origen y raíz. Anota una conclusión al respecto en tu libreta sobre lo que sucede en GeoGebra al cambiar el parámetro $b < 1$ en la expresión de la función.
 - d) ¿Qué sucede cuando $b = 1$? ¿a qué se debe ese comportamiento? Anota tu respuesta en tu cuaderno.
3. Ahora mantén los valores en:

$$b = 1, c = 2, d = 0 \text{ y } f = 0$$

Modifica los valores de a , ¿Qué sucede? Anota en tu libreta la expresión de la función con los parámetros anteriores (a, b, c, d y f), dibuja un esbozo de la gráfica indicando la



asíntota, ordenada al origen y raíz. Anota una conclusión al respecto en tu libreta sobre lo que sucede en GeoGebra al cambiar el parámetro a en la expresión de la función.

4. Cambia ahora los valores como:

$$a = 1, b = 2, d = 0 \text{ y } f = 0$$

Mueve el deslizador para c , toma las notas referentes a lo que sucede con la gráfica al modificar este parámetro. Escribe expresión de la función con los parámetros anteriores (a, b, c, d y f), dibuja un esbozo de la gráfica indicando la asíntota, ordenada al origen y raíz. Anota una conclusión al respecto en tu libreta sobre lo que sucede en GeoGebra al cambiar el parámetro c en la expresión de la función.

5. En este caso se variará el parámetro d , por lo que los demás valores se mantendrán como:

$$a = 1, b = 2, d = 1 \text{ y } f = 0$$

Con el ratón mueve el deslizador para y observa ¿qué cambia en la gráfica? Anota en tu libreta la expresión de la función con los parámetros anteriores (a, b, c, d y f), dibuja un esbozo de la gráfica indicando la asíntota, ordenada al origen y raíz. Anota una conclusión al respecto en tu libreta sobre lo que sucede en GeoGebra al cambiar el parámetro d en la expresión de la función.

6. Toca el turno del último parámetro f , primero coloca los demás en los siguientes valores:

$$a = 1, b = 2, d = 1 \text{ y } f = 0$$

Desplaza el deslizador para f , ¿qué modifica este parámetro? Escribe tus notas al respecto en tu cuaderno. Escribe expresión de la función con los parámetros anteriores (a, b, c, d y f), dibuja un esbozo de la gráfica indicando la asíntota, ordenada al origen y raíz. Anota una conclusión al respecto en tu libreta sobre lo que sucede en GeoGebra al cambiar el parámetro f en la expresión de la función.

7. Responde a los siguientes cuestionamientos:

- ¿De qué parámetro(s) depende la ordenada al origen?
- ¿De qué parámetro(s) depende el valor de la raíz en este tipo de funciones?
- De qué parámetro(s) depende la asíntota?

8. El análisis realizado respecto a los parámetros que modifican la ordenada al origen, la raíz y la asíntota lo hiciste para cualquier base diferente de 0 y 1, ¿se cumplirán las mismas condiciones si se tiene la base “ e ” (número de Euler)? Si requieres apoyo para contestar a esta pregunta, coloca el valor de $b = 2.7$ (aproximadamente el valor de “ e ”—número de Euler—) y modifica los demás parámetros como lo hiciste para la base $b = 2$.



9. Grafica las siguientes expresiones en tu libreta identificando: raíz, ordenada al origen, asíntota horizontal y escribe el dominio y rango de cada una de ellas, además calcula algebraicamente el valor de la raíz (igualando $f(x) = 0$ y resolviendo la ecuación) y la ordenada al origen (en este caso considerando $x = 0$ y resolviendo la ecuación)

e) $f(x) = -3\log_5(x)$

f) $g(x) = 5 \ln * (4x - 3)$

g) $h(x) = -\frac{1}{2}\log_3(x + 7) - 5$

Nota importante: Una característica importante de los logaritmos es que no están definidos para 0 y para valores negativos, así que si escribes en tu calculadora dará como resultado $\log_b 0 = \text{matherror}$, lo mismo para cualquier negativo.